Prof. Dr. Alfred Toth

Ränder und Einbettungsstufen

1. Die 2-wertige logische Basisrelation

$L = [p, \neg p]$

wird von sämtlichen Logiken – die günthersche polykontexturale Logik eingeschlossen – dahingehend interpretiert, daß zwischen den beiden Werten p und ¬p eine Kontexturgrenze verläuft, d.h. daß alle Objekte, auf die p zutrifft, nicht- ¬p sind und alle Objekte, auf die ¬p zutrifft, nicht-p sind, daher gilt auch die doppelte Negation $\neg\neg p \equiv p$. Die drei Grundgesetze des Denkens, d.h. der Satz der Identität, der Satz des verbotenen Widerspruchs und der Satz des ausgeschlossenen Dritten, können daher paarweise durch einander definiert werden, da sie alle die gleiche logische Aussagen machen, daß nämlich $p \neq \neg p$ ist.

2. Die Frage ist jedoch, wie man diese Aussage

$p \neq \neg p$

logisch begründet. Erstens gibt es neben der Identität $\neg\neg p \equiv p$ noch eine Gleichheit, die allerdings nicht ein, sondern zwei Objekte voraussetzt, daher ist die Ungleichheit in $p \neq \neg p$ offenbar eine Negation von Identität und nicht von Gleichheit und widerspricht sich selbst, da diese Ungleichheit nur dann sinnvoll ist, wenn von einem einzigen Objekt die Rede ist. Zweitens aber hält eine Logik der Form L überhaupt keine Handhabe bereit, um eine solche Ungleichung aufzustellen. Es wurde zwar, wie allgemein bekannt ist, auf zahlreiche Weise versucht, logische Identität zu definieren (vgl. Menne 1992, S. 65 ff.), aber das Verhältnis von Nicht-Identität und Nicht-Gleichheit liegt in tiefstem formalem (und auch inhaltlichem) Dunkel. Sobald zwei Objekte auch nur in einem Merkmal nicht übereinstimmen, sind sie ungleich, wann aber sind sie gleich? Gibt es auf ontischer Ebene – und von nichts anderem als von Objekten ist ja auch in der Logik die Rede – überhaupt eine Unterscheidung von Gleichheit und Identität? Nehmen wir einmal an, es gibt Gleichheit und es gibt Ungleichheit, dann muß es ein Drittes geben, welches überhaupt die Möglichkeit einräumt, daß p nicht gleich p, sondern gleich nicht-p ist. In anderen Worten: Die stillschweigende Voraussetzung $p \neq \neg p$, auf der die Grundgesetze des Denkens ruhen, unter ihnen also der Drittensatz, lautet, daß es ausgerechnet ein solches Drittes geben muß, um die beiden Fälle $p = \neg p$ und $p \neq \neg p$ voneinander zu unterscheiden. In einer Logik, die keinen dritten Wert neben p und $\neg$ p zuläßt, können diese beiden Werte ja nur Spiegelungen von einander sein, vgl. dazu bereits Günther (2000, S. 230): "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent".

3. Der auch von der polykontexturalen Logik gezogene Schluß, daß zwischen p und $\neg$ p in L eine Kontexturgrenze verläuft, ist also falsch – und übrigens im Falle der güntherschen Logik auch unverständlicherweise falsch, da Günther und seine Nachfolger die metaphysische Äquivalenz von p und $\neg$ p ja gesehen haben. Da dies nun so ist, folgt, daß in L $p = \neg p$ ist, es sei denn, es gibt trotzdem ein Tertium, welches die Differenz zwischen p und $\neg$ p einführt. Eine solche Möglichkeit wurde in Toth (2014) eingeführt. Da die 2-wertige Logik (wie auch die polykontexturale, die 2-wertige Logiken als Teilsysteme enthält) zwischen designierten und nicht-designierten Werten unterscheidet, wobei merkwürdigerweise in beiden Logiken immer p und also niemals $\neg$ p als der designierte Wert auftritt, ist es möglich, nicht-designierte Werte durch einen Einbettungsoperator E auf eine andere Einbettungsstufe zu setzen. Das bedeutet, daß

$E(L) = [p, [p]]$

oder

$E(L) = [[p], p]$

ist. Wie man sieht, braucht man nun auch die Negation nicht mehr, d.h. man kommt im Falle von L mit einem einzigen Wert aus. Ob man diesen als Wahr oder als Falsch bezeichnet, ist eine Frage der Semiotik und keine der Logik, oder wie Günther sich ausdrückte: "Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht" (2000, S. 230 f.). Man kann ferner E iterieren und erhält auf diese Weise Hierarchien von Einbettungsstufen

$E(L) = [p, [p]]$

$E(E(L)) = [p, [[p]]]$

$E(E(E(L))) = [p, [[[p]]]], ...$

oder

$E(L) = [[p], p]$

$E(E(L)) = [[[p]], p]$

$E(E(E(L))) = [[[[p]]], p], ...$

Setzt man nun wahlweise Ω (Objekt) oder Σ (Subjekt) für p ein, so bekommt man also theoretisch unendlich tiefe Einbettungsstufen sowohl für das Objekt als auch für das Subjekt, d.h. nicht nur Subjekte – wie in der polykontexturalen Logik angenommen –, sondern auch Objekte haben "Reflexionstiefen". Daß gerade die Ontik an solchen objektalen Reflexionsstrukturen interessiert ist, dürfte kaum verwundern angesichts der Tatsache, daß die Ontik davon ausgeht, daß es keine absoluten Objekte und Subjekte gibt, d.h. daß jedem Objekt ein Subjektanteil und jedem Subjekt ein Objektanteil inhäriert. Dies ist übrigens eine notwendige Folgerung aus der Tatsache, daß in der 2-wertigen Logik L ohne Annahme eines selbstwidersprüchlichen Tertiums $p = \neg p$ gilt.

4. Transformiert man nun also

$\tau \quad [L = [p, \neg p]] \rightarrow [p, [p]] \: / \: [[p], p],$

so fungiert als "Tertium" der Operator E, und es gilt selbstverständlich

$p \neq [p],$

und zwar ohne einen dritten Wert zwischen oder außerhalb der Werte von L annehmen zu müssen.

Allerdings folgt aus $p \neq [p]$ weiterhin, daß die beiden sich durch ihre Einbettungsstufe unterscheidenden Werte Ränder haben, d.h. daß entweder

$R[p, [p]] = \emptyset$

oder

$R[p, [p]] \neq \emptyset$

ist. Trifft der letztere Fall zu, so folgt außerdem, daß

$R[p, [p]] \neq R[[p], p]$,

etwa in der Weise, wie der Blick aus einem Fenster oder in ein Fenster ebenfalls perspektivisch geschieden sind. Für Hierarchien von Einbettungen gilt also der erstere Fall in Sonderheit dann, wenn sich die beiden Glieder eines Randes durch mehr als eine Einbettungsstufe unterscheiden, vgl.

$L_1 = [p, [p]]$	$L_1^{-1} = [[p], p]$
p	p
R ---------------	R ---------------
p	p,

aber

$L_2 = [p, [[p]]]$	$L_2^{-1} = [[[p]], p]$
p	p
R ---------------	R ---------------
---------------	---------------
p	p

Um wiederum ein impressionistisches Beispiel zur Illustration heranzuziehen: Die Decke meines Büros ist zwar der untere Teil eines vertikalen Teilsystemrandes, dessen oberer Teil der Fußboden des Büros eines Kollegen ist, nicht aber derjenige des Fußbodens des Kollegen zwei oder mehr Stockwerke über mir.

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

27.11.2014